1.9 Capacità

Ad ogni coppia di conduttori è associata una grandezza chiamata **capacità**, che è una misura della induzione elettrostatica tra i due conduttori. Ponendo una carica Q su uno dei due conduttori si induce una carica *uguale e di segno opposto* sull'altro e si genera una differenza di potenziale tra i due, legata alla carica Q su ciascun conduttore dalla relazione:

$$Q = C \cdot V$$

dove la costante di proporzionalità C è la capacità della coppia di conduttori. Se Q si misura in Coulomb (C) e V in Volt (V), C si misura in Farad (F):

$$1F = \frac{1V}{1C}$$

L'elemento circuitale dotato di capacità si chiama **condensatore** e viene

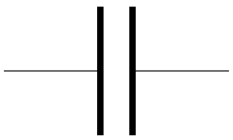

Figura 1.23:

indicato con il simbolo riportato in figura 1.23: esso si compone di una coppia di conduttori chiamati **armature**. La capacità di un condensatore dipende dalla sua geometria e dalla costante dielettrica del mezzo frapposto ai conduttori; nel caso di un condensatore formato da due conduttori piani a facce parallele la capacità è data da:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$$

dove ϵ_0 è la costante dielettrica del vuoto e vale $\epsilon_0 = 8.854\ 10^{-12}$ C^2/Nm^2 $= 8.854\ 10^{-12}$ F/m, ϵ_r è la costante dielettrica relativa del mezzo tra le due armature, S è la superficie di ciascuna armatura, d è la distanza tra le armature.

La relazione $Q = CV$ non è direttamente utilizzabile nell'analisi dei circuiti in quanto compare la carica Q e non la corrente I; è però facile ottenere una relazione in cui compaia esplicitamente la corrente:

$$I = \frac{dQ}{dt} = C\frac{dV}{dt}$$

dove si è assunto che la capacità C non vari, cioè che la sua derivata rispetto al tempo sia nulla, approssimazione valida nelle normali condizioni di funzionamento dei circuiti elettronici.

Si può notare che se si applica una differenza di potenziale costante ai capi di una capacità non si ha passaggio di corrente: $V = \text{cost} \rightarrow I = 0$; invece, se $V \neq 0$ una corrente "circola" nel condensatore, mediante il meccanismo non banale della *induzione elettromagnetica*, che non corrisponde al trasporto di carica come nel caso di una resistenza.

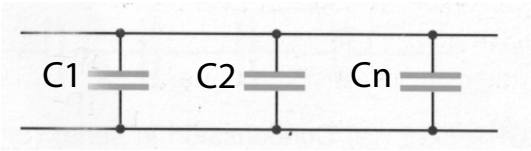

Figura 1.24:

Consideriamo ora la combinazione di capacità. I condensatori rappresentati in figura 1.24 sono disposti **in parallelo**: le armature superiori sono collegate tra loro da fili conduttori e si trovano quindi allo stesso potenziale; analogamente, le armature inferiori sono collegate tra di loro. Se la tensione tra le armature è ΔV, le cariche presenti su ciascuna armatura dei condensatori sono:

$$Q_1 = C_1 \Delta V, \quad Q_2 = C_2 \Delta V, \ ..... \ Q_n = C_n \Delta V$$

dove C_1, C_2, ..., C_n indicano le capacità degli n condensatori componenti. La carica complessiva posseduta dalle armature positive è

$$Q = Q_1 + Q_2 + ... + Q_n = (C_1 + C_2 + ... + C_n)\Delta V$$

mentre le armature negative hanno complessivamente una carica opposta. Pertanto la capacità equivalente, C_{eq} della batteria di condensatori in parallelo risulta:

$$C_{eq} = \frac{Q}{\Delta V} = C_1 + C_2 + ... + C_n$$

La capacità equivalente di un insieme di condensatori disposti in parallelo è la somma delle capacità di tutti i condensatori componenti. I raggruppamenti in parallelo vengono usati per realizzare capacità elevate.

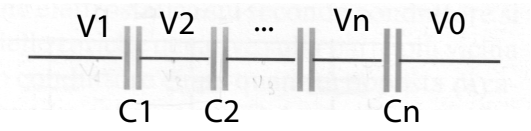

Figura 1.25:

I condensatori rappresentati in figura 1.25 sono collegati **in serie**. Sia V_1 il potenziale a sinistra del primo condensatore e V_0 il potenziale a destra dell'ultimo condensatore. Se l'armatura esterna del primo condensatore possiede una carica Q, sulle altre armature (interna–esterna, nell'ordine) si hanno successivamente cariche $-Q$ e Q; di conseguenza le armature di ciascun condensatore hanno cariche opposte. Se C_1, C_2, ..., C_n sono le capacità dei vari condensatori, si ha:

$$C_1 = \frac{Q}{V_1 - V_2},\ C_2 = \frac{Q}{V_2 - V_3},\ \ldots\ ,\ C_n = \frac{Q}{V_n - V_0}$$

e quindi

$$\begin{aligned} V_1 - V_0 &= (V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + \ldots + (V_n - V_0) \\ &= Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}\right) \end{aligned}$$

I condensatori in serie possono essere quindi considerati equivalenti ad un unico condensatore di capacità C_{eq}:

$$C_{eq} = \frac{Q}{V_1 - V_0} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_n}}$$

ovvero

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_n}$$

Se più condensatori sono disposti in serie, il reciproco della capacità equivalente del sistema risultante è uguale alla somma dei reciproci delle capacità di tutti i condensatori.

Se tutti i condensatori in serie sono uguali ($C_1 = C_2 = \ldots = C_n$) la batteria ha una capacità equivalente pari a $1/n$ della capacità di un solo elemento e la tensione alle armature di ogni condensatore è $1/n$ della tensione applicata.

1.9.1 Circuiti RC: transitori

Consideriamo il circuito in figura 1.26. Quando il tasto è aperto non si ha

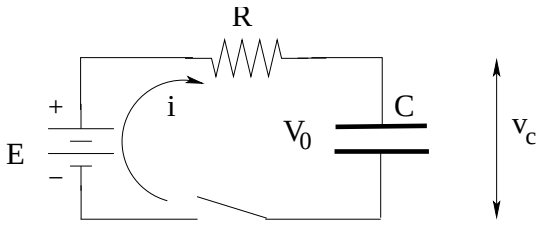

Figura 1.26:

passaggio di corrente dato che si è in condizioni di *circuito aperto*. La chiusura del tasto cambia bruscamente le condizioni del circuito, causando fenomeni di tipo transitorio al cui esaurimento fa seguito un regime di correnti e tensioni di tipo stazionario.

Consideriamo come istante iniziale, t=0, l'istante in cui viene chiuso il tasto. Prima della chiusura, cioè per t<0, I=0. Supponiamo che il condensatore sia carico, che esista cioè una tensione V_0 tra le sue armature (può essere, come caso particolare, $V_0 = 0$). Dopo la chiusura del tasto, ad ogni istante, per la LTK la somma della cadute di potenziale sulla resistenza R e sul condensatore C deve uguagliare la tensione del generatore E:

$$E = IR + V_C$$

dove V_C indica la d.d.p. ai capi del condensatore; poichè per un condensatore la corrente è legata alla d.d.p. dalla relazione $I_C = CdV_C/dt$ e nel caso del circuito considerato tale corrente è anche quella che fluisce attraverso la resistenza R ($I = I_C$, in quanto R e C sono disposti in serie), si avrà:

$$E = RC\ dV_C/dt + V_C$$

equazione differenziale del primo ordine che può essere risolta con il metodo di separazione delle variabili:

$$(E - V_C)dt = RC\ dV_C \quad \text{da cui} \quad \frac{dV_C}{V_C - E} = -\frac{dt}{RC}$$

Integrando:

$$ln\ (V_C - E) = -\frac{t}{\tau} + A$$

avendo posto τ=RC (*costante di tempo del circuito*).

A è la costante di integrazione ed è determinata dalle condizioni iniziali. Avendo definito t=0 l'istante di chiusura dell'interruttore ed essendo la corrente nulla prima di tale istante, dovrà essere anche $V_C(0) = V_0$. Per la relazione $I_C = CdV_C/dt$, infatti, la funzione $V_C(t)$ non può subire una discontinuità passando dall'istante che immediatamente precede a quello che immediatamente segue la chiusura del tasto: se la tensione ai capi del condensatore passasse bruscamente da zero ad un valore $V_C(0) \neq 0$, dV_C/dt sarebbe infinita e quindi anche I sarebbe infinita. Possiamo esprimere con altre parole questo fatto dicendo che la tensione ai capi di una capacità è una funzione continua: il limite destro e il limite sinistro per t che tende a zero coincidono:

$$lim_{t\to 0^+} I(t) = lim_{t\to 0^-} I(t)$$

La capacità si oppone cioè alla variazione brusca di potenziale. Questo risultato è più generale: **se in un circuito qualsiasi la d.d.p. ai capi di una capacità C, prima della chiusura (apertura) del circuito è V_0, essa è mantenuta al valore V_0 anche nell'istante immediatamente successivo alla chiusura (apertura) del circuito**.

Imponendo dunque che per t=0 sia $V_C(0) = V_0$, per la costante di integrazione si ottiene:

$$A = ln(V_0 - E)$$

e perciò:

$$V_C(t) = E - (E - V_0)e^{-t/\tau}$$

o, se $V_0 = 0$:

$$V_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$$

L'andamento della tensione tra le armature del condensatore, partendo da V_0, cresce esponenzialmente e tende asintoticamente al valore E, che è il limite di V_C per t tendente ad infinito; in figura 1.27 è riportato tale andamento.

La rapidità con cui cresce la funzione V_C dipende dal valore della costante di tempo: infatti, dopo un tempo $t = \tau = RC$ la d.d.p. raggiunge il valore:

$$V_C(\tau) = E - (E - V_0)1/e \simeq E - (E - V_0)/3$$

avendo approssimato e a 3, cioè circa i 2/3 della differenza tra il valore iniziale V_0 ed il valore asintotico E; $V_C(\tau) \simeq 2/3\ E$ per $V_0 = 0$. Dopo un tempo uguale a 4 o 5 volte τ, V_C ha praticamente raggiunto il valore E e rimane costante; a questo punto si è esaurito il transitorio e si è raggiunto il regime stazionario.

L'andamento della corrente è invece riportato in figura 1.28:

$$I_C = C\frac{dV_C}{dt} = \frac{E - V_0}{R}e^{-t/\tau}$$

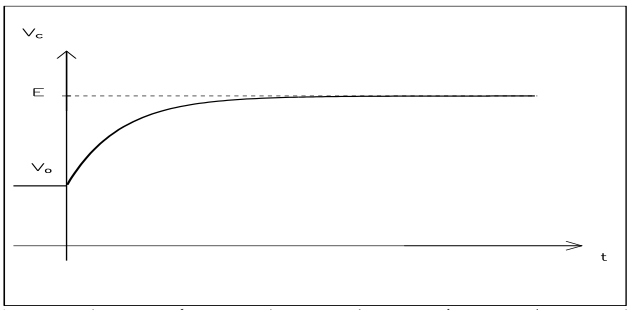

Figura 1.27:

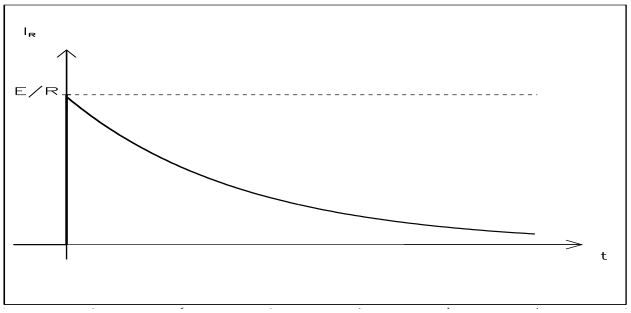

Figura 1.28:

ovvero $I_C = E/R\ e^{-t/\tau}$ per $V_0 = 0$, e pertanto la tensione ai capi della resistenza V_R sarà:

$$V_R = IR = (E - V_0)e^{-t/\tau} \quad \text{ovvero} \quad V_R = Ee^{-t/\tau}$$

All'istante di chiusura del tasto la corrente sale bruscamente al massimo valore E/R perchè il condensatore non cambia tensione: la discontinuità E dovuta all'inserimento del generatore viene equilibrata da una uguale tensione sulla resistenza. Il condensatore si comporta come un corto circuito:

Poi il condensatore si carica fino a raggiungere la tensione del generatore. A questo punto deve essere $V_R = 0$ e quindi I=0 (circuito aperto).

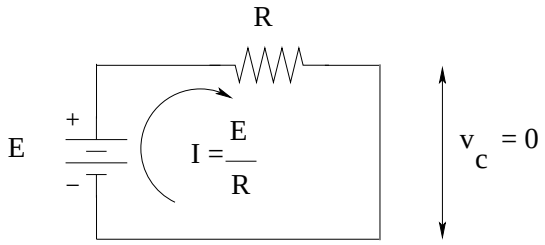

Figura 1.29:

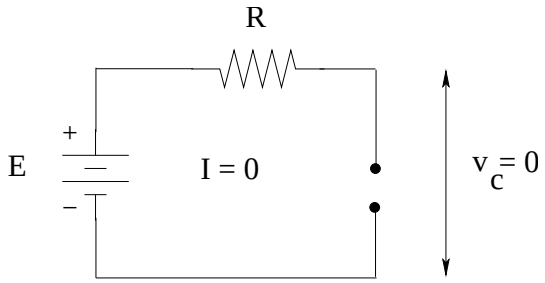

Figura 1.30:

1.9.2 Scarica di un condensatore

Si faccia riferimento alla figura 1.31; alla chiusura dell'interruttore:

$$V_C \ + \ RI = 0$$

con $I = CdV_C/dt$

$$V_C \ + \ C \ \frac{dV_C}{dt} = 0$$

$$\frac{dV_C}{V_C} = -\frac{dt}{\tau}$$

$$ln \ V_C = -\frac{t}{\tau} + A$$

dove A è una costante che deve essere determinata a partire dalle condizioni iniziali: per t=0, V_C=V_0 che implica $ln \ V_0 = A$ e perciò:

$$V_C = V_0 e^{-t/\tau}$$

ed anche

$$I = C\frac{dV_C}{dt} = -\frac{V_0}{R}e^{-t/\tau}$$

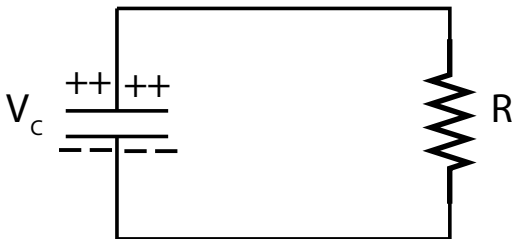

Figura 1.31:

L'andamento del potenziale e della corrente nel tempo e' illustrato nelle figure 1.32 e 1.33: il verso della corrente è quello opposto a quello corrispondente alla carica del condensatore.

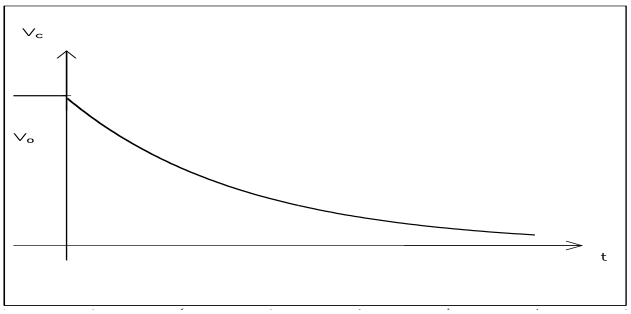

Figura 1.32:

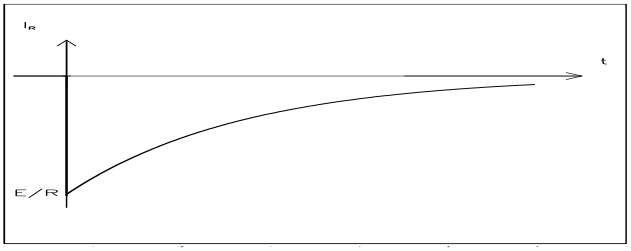

Figura 1.33:

1.10 Induttanza

Ad ogni segmento di **circuito chiuso** è associata una grandezza chiamata **induttanza** o **coefficiente di autoinduzione**, che mette in relazione la corrente che attraversa il circuito con il flusso del campo magnetico concatenato, indotto dalla corrente stessa (*induzione elettromagnetica*):

$$\Phi_B = LI$$

dove Φ_B indica il flusso del vettore induzione magnetica $\mathbf{B}$ concatenato con il circuito ed I la corrente che percorre il circuito; l'induttanza L è funzione della geometria del circuito, così come il flusso Φ_B. Se Φ_B si misura in *weber* (Wb) ed I in A, L si misura in Henry (H):

$$1H = \frac{1Wb}{1A}$$

Il simbolo circuitale dell'induttanza associata ad un circuito è riportato in figura 1.34.

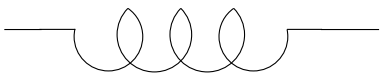

Figura 1.34:

Anche in questo caso la relazione tra Φ_B e I non è direttamente ciò che serve perchè non compare la differenza di potenziale ai capi dell'induttanza. La relazione che lega la corrente che attraversa un'induttanza con la differenza di potenziale generata ai capi dell'induttanza stessa dalla variazione del flusso del vettore induzione magnetica concatenato al circuito è data dalla *legge di Faraday*:

$$V_L = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

Quando il flusso magnetico concatenato con un circuito chiuso varia con il tempo, si genera nel circuito una d.d.p. indotta uguale, istante per istante, alla derivata del flusso cambiata di segno. Il segno – che compare nella formula sta ad indicare che la f.e.m. indotta genera una corrente che, a sua volta, genera un flusso di induzione magnetica concatenato al circuito che tende a *contrastare* la variazione di flusso che la ha prodotta.

Si deve osservare che in genere il valore della induttanza non è una funzione del tempo. Dalla legge di Faraday si può allora ricavare che se

la corrente I che attraversa il circuito è costante (I = cost) la tensione ai capi dell'induttanza è nulla (V_L=0), mentre se la corrente I varia nel tempo, essa genera una d.d.p. ai capi dell'induttanza attraverso il meccanismo non banale della induzione elettromagnetica.

1.10.1 Composizione di induttanze

Così come avviene per le resistenze e i condensatori, anche le induttanze vengono spesso collegate in serie o in parallelo; in questi casi la situazione è complicata da due fatti:

1. non è possibile realizzare induttanze "pure" cioè praticamente prive di resistenza ohmica, quindi nei calcoli si devono considerare anche le resistenze associate;

2. in generale, nel calcolo del coefficiente di autoinduzione risultante si dovrà tenere conto anche della induzione magnetica mutua tra le induttanze: si introdurrà un coefficiente di mutua induzione M, che dipenderà da quanto il campo magnetico generato da un elemento induttivo risulti concatenato all'altro elemento:

$$\Phi_1(B) = L_1 I_1 + M I_2$$

dove Φ_1 è il flusso concatenato all'elemento (o circuito) 1, L_1 è l'induttanza dell'elemento o circuito 1, I_1 è la corrente che attraversa l'elemento 1 ed I_2 è la corrente che attraversa l'elemento 2; in tal modo la d.d.p. indotta nell'elemento 1 risulterà data dalla somma di due termini:

$$E_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

Induttanze in serie. Siano L_1 e L_2 i due coefficienti di autoinduzione e R_1 e R_2 le resistenze ohmiche associate: lo schema usato per rappresentare il circuito in questione è quello della figura 1.35.

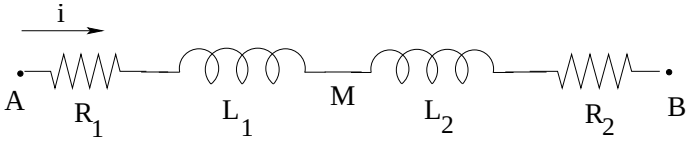

Figura 1.35:

Se il circuito è percorso da una corrente continua di intensità I, la d.d.p. tra i punti estremi A e B è:

$$\Delta V = V_A - V_B = (R_1 + R_2)I$$

nel caso in cui l'intensità di corrente vari nel tempo, la d.d.p. si ricava dall'equazione:

$$\Delta V + E_1 + E_2 = (R_1 + R_2)I$$

dove E_1 e E_2 sono le f.e.m. indotte nelle due induttanze:

$$\Delta V = (R_1 + R_2)I + \left(L_1\frac{dI}{dt} + M\frac{dI}{dt}\right) + \left(L_2\frac{dI}{dt} + M\frac{dI}{dt}\right) =$$

$$(R_1 + R_2)I + (L_1 + 2M + L_2)\frac{dI}{dt}$$

quindi il circuito considerato è equivalente ad un solo elemento induttivo con coefficiente di autoinduzione $L_1 + 2M + L_2$ e resistenza ohmica complessiva $R_1 + R_2$.

Induttanze in parallelo. La situazione nel caso di due induttanze in parallelo, figura 1.36, è più complicata. La d.d.p. tra i nodi A e B può

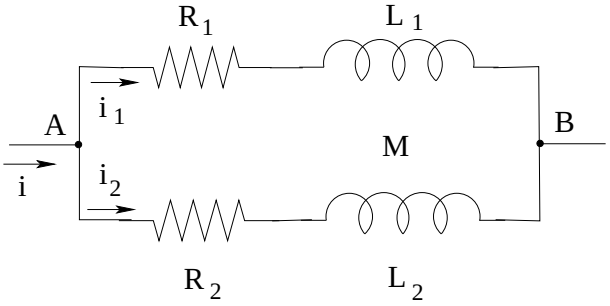

Figura 1.36:

scriversi sia nella forma:

$$\Delta V = R_1 I_1 + L_1\frac{dI_1}{dt} + M\frac{dI_2}{dt}$$

sia nella forma

$$\Delta V = R_2 I_2 + L_2\frac{dI_2}{dt} + M\frac{dI_1}{dt}$$

Risolvendo rispetto a dI_1/dt e dI_2/dt, si ricava:

$$(L_1L_2 - M^2)\frac{dI_1}{dt} = L_2(\Delta V - R_1 I_1) - M(\Delta V - R_2 I_2) = (L_2 - M)\Delta V - (L_2 R_1 I_1 - M R_2 I_2)$$

$$(L_1L_2 - M^2)\frac{dI_2}{dt} = (L_1 - M)\Delta V - (L_1R_2I_2 - MR_1I_1)$$

e, sommando membro a membro, si ottiene:

$$(L_1 - 2M + L_2)\Delta V = (L_1L_2 - M^2)\frac{dI}{dt} + (L_2 - M)R_1I_1 + (L_1 - M)R_2I_2$$

dove si è posto $I = I_1 + I_2$. Solo nei casi molto particolari per i quali è soddisfatta la relazione $(L_1 - M)/(L_2 - M) = R_1/R_2$ l'ultimo termine al secondo membro di queste equazioni può scriversi nella forma $(L_1 - 2M + L_2)RI$ con R indipendente da I_1 e I_2 (e allora le due induttanze equivalgono a un solo elemento induttivo di resistenza R e autoinduttanza $(L_1L_2 - M^2)/(L_1 - 2M + L_2)$). In generale, invece, due induttanze in parallelo non possono considerarsi equivalenti ad un solo elemento induttivo.

1.10.2 Circuiti RL: transitori

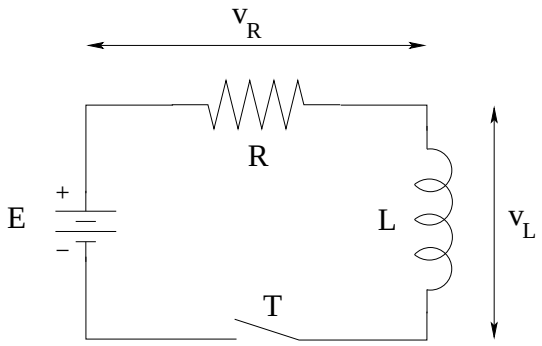

Figura 1.37:

Come nel caso dei condensatori, anche la presenza di induttanze dà origine a fenomeni transitori in corrispondenza dell'apertura e della chiusura di un circuito.

Consideriamo il circuito illustrato nella figura 1.37. Prima della chiusura del tasto la corrente I è uguale a zero; alla chiusura il generatore tende a far circolare corrente in R e in L. Ai capi dei due elementi si sviluppa una tensione rispettivamente $V_R = IR$ e $V_L = LdI/dt$, la cui somma, istante per istante, deve equilibrare (legge delle tensioni di Kirchhoff) la tensione E:

$$E = V_R + V_L$$

cioè:

$$E - RI - L\frac{dI}{dt} = 0$$

Risolvendo l'equazione differenziale con il metodo di separazione delle variabili si ottiene:

$$\left(I - \frac{E}{R}\right) dt = -\frac{L}{R} dI \qquad -\frac{R}{L} dt = \frac{dI}{I - \frac{E}{R}}$$

Considerando che:

$$d\left(I - \frac{E}{R}\right) = dI$$

possiamo scrivere

$$-\frac{R}{L} dt = \frac{d\left(I - \frac{E}{R}\right)}{I - \frac{E}{R}}$$

e, integrando:

$$-\frac{R}{L} t = ln\left(I - \frac{E}{R}\right) + A$$

in cui A è una costante determinata dalle condizioni iniziali. Per t = 0 deve essere $I(0) = 0$: inoltre, in questo caso la corrente deve essere una funzione continua, perchè essendo $V_L = LdI/dt$ una corrente discontinua porterebbe ad una f.e.m. indotta infinita. Si trova perciò:

$$A = -ln\left(-\frac{E}{R}\right)$$

Sostituendo:

$$-\frac{R}{L} t = ln\left(I - \frac{E}{R}\right) - ln\left(-\frac{E}{R}\right)$$

$$-\frac{R}{L} t = ln \frac{I - \frac{E}{R}}{\frac{E}{R}}$$

cioè

$$e^{-\frac{R}{L}t} = -\frac{I - \frac{E}{R}}{\frac{E}{R}}$$

da cui:

$$I = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Graficamente l'andamento della corrente è rappresentato dalla differenza tra il valore costante E/R ed un esponenziale decrescente.

Partendo da zero la corrente tende asintoticamente al valore E/R, che è il limite di I per t tendente ad infinito (fig. 1.38). Come visto anche nel caso della tensione ai capi di un condensatore, la rapidità con cui cresce la

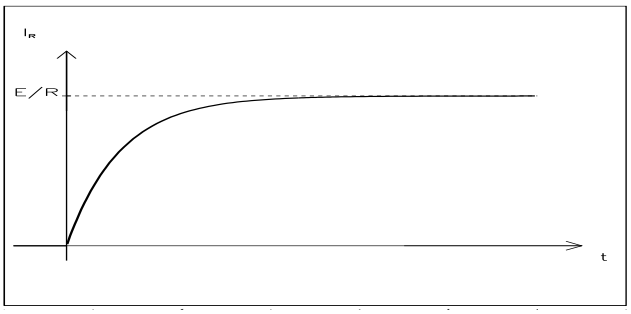

Figura 1.38:

corrente dipende dal valore di $\tau = L/R$. Dopo un tempo $t = \tau$ la corrente raggiunge il valore:

$$I(t) = E/R\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = E/R(1 - 1/e) \simeq 2/3(E/R)$$

avendo approssimato e a 3, cioè i due terzi circa del valore massimo. Dopo un tempo uguale a 4 o 5 volte τ, i ha praticamente raggiunto il valore E/R e rimane costante. A questo punto si è esaurito il transitorio e si è raggiunto il regime stazionario. In figura 1.39 è indicato qualitativamente l'andamento corrispondente a diversi valori di τ.

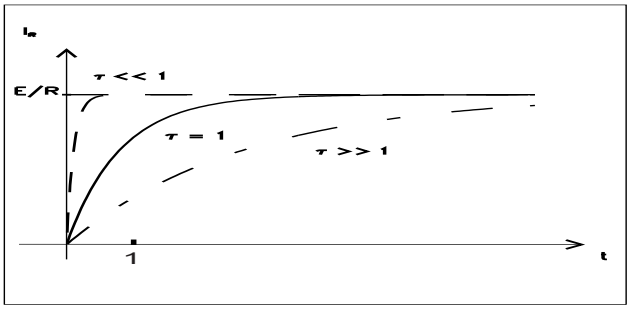

Figura 1.39:

La tensione V_R (vedi fig. 1.40) ha un andamento del tutto simile. Infatti,

$$V_R = RI = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

La tensione sulla resistenza cresce da zero al valore massimo E (tensione del generatore) con costante di tempo $\tau = L/R$. Ad ogni istante la somma

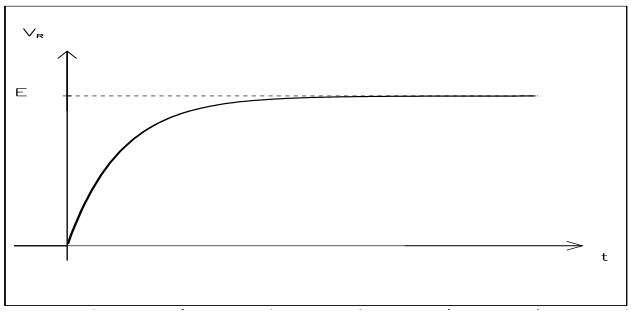

Figura 1.40:

$V_R + V_L$ deve uguagliare il valore costante E; quindi: $V_L = E - V_R = Ee^{-t/\tau}$

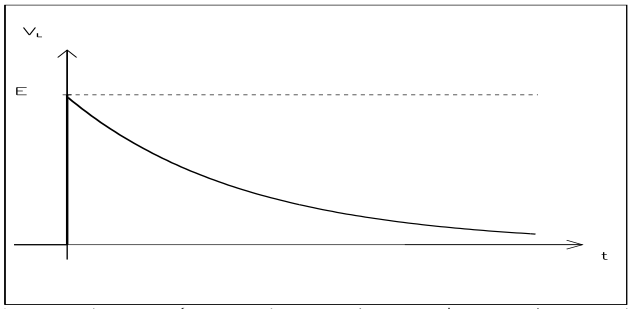

Figura 1.41:

d'accordo con il valore calcolato da $V_L = LdI/dt$. Alla chiusura del tasto V_L passa bruscamente da zero a E (fig. 1.41) e poi decresce esponenzialmente a zero con costante di tempo τ.

Raggiunte le condizioni stazionarie (dI/dt = 0), l'induttanza L non influisce su tensioni e correnti: la corrente che passa nel circuito è quella che si avrebbe se L fosse sostituita da un corto circuito (fig. 1.42, sinistra). All'inizio del transitorio, invece, la situazione può essere così riassunta: l'induttanza tende a mantenere costante la corrente che era nulla; a corrente nulla corrisponde caduta di tensione nulla sulla resistenza: allora la tensione E deve essere bilanciata tutta da V_L. È come se L fosse sostituita da un circuito aperto (fig. 1.42, destra).

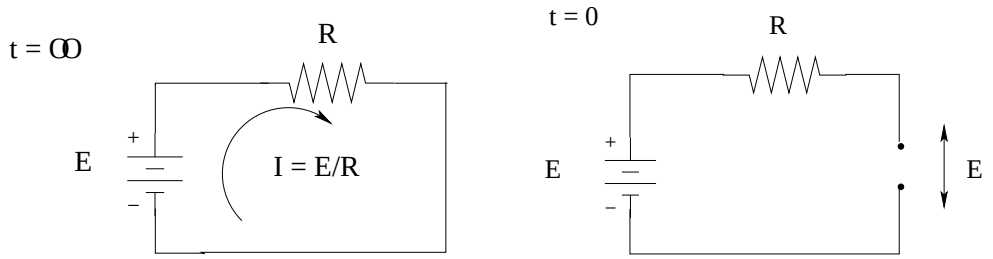

Figura 1.42:

1.11 Semiconduttori e diodi

Livelli quantici di un atomo. Gli elettroni sono disposti nei vari livelli, a ciascuno dei quali corrisponde una determinata energia.

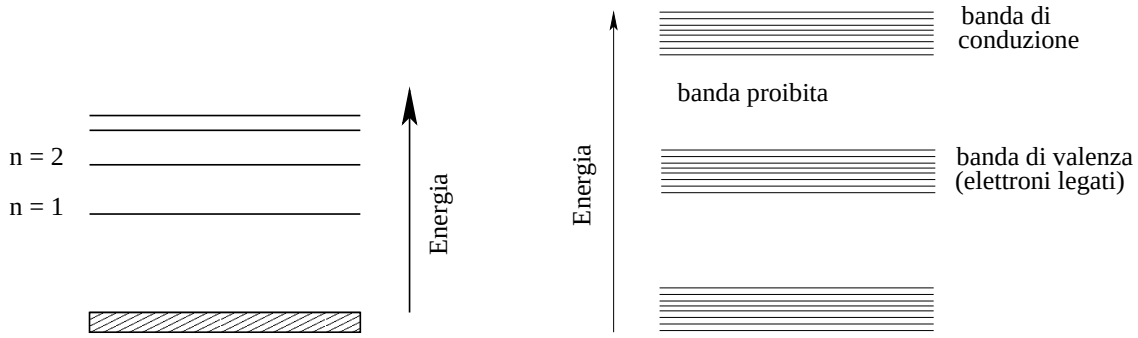

Figura 1.43:

Livelli di un cristallo. Quando gli atomi sono disposti in modo ordinato in una struttura cristallina, le forze interatomiche, responsabili della stabilità della struttura cristallina, fanno addensare i livelli energetici in *bande*. Gli elettroni nella *banda di conduzione* sono liberi di muoversi sotto la spinta di un campo elettrico. Quelli della *banda di valenza* sono *legati*: possono passare alla banda di conduzione se viene fornita loro l'energia sufficiente a superare la *banda proibita*. La larghezza della banda proibita stabilisce il comportamento elettrico dei vari materiali:

- **conduttore**: banda proibita di larghezza praticamente nulla. Gli elettroni passano con facilità, a temperatura ambiente, nella banda di conduzione;
- **isolante**: distanza elevata tra banda di valenza e banda di conduzione

($\geq$ 5 eV). Praticamente tutti gli elettroni rimangono nella banda di valenza.

- **semiconduttore**: situazione intermedia, con una certa quantità di elettroni nella banda di valenza (banda proibita $\simeq$ 1 eV). È questo il caso di elementi come il silicio ed il germanio.

La corrente elettrica è quindi dovuta al movimento di elettroni liberi della banda di conduzione, sotto l'azione di un campo elettrico applicato. Nel caso dei semiconduttore, quando un elettrone passa dalla banda di valenza a quella di conduzione, lascia l'atomo privo di una carica negativa e quindi dotato di carica positiva. È possibile inoltre che un elettrone di un atomo vicino si sposti, per esempio sotto l'effetto di un campo elettrico esterno, e vada ad occupare il livello libero, lasciando a sua volta una *lacuna*. Questo effetto si presenta come movimento di una carica positiva dal primo atomo al secondo. Contribuiscono quindi alla corrente elettrica anche le lacune che si spostano (conduzione per lacuna) con gli elettroni che rimangono nella banda di valenza.

Impurità nei cristalli: drogaggio. Silicio e germanio hanno quattro

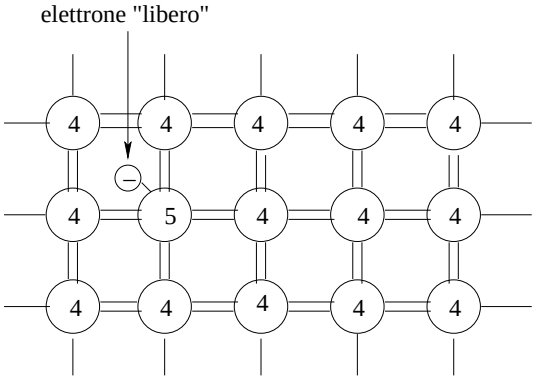

Figura 1.44:

elettroni di valenza. Se si inseriscono nel reticolo atomi con cinque elettroni di valenza (*drogaggio*, come aresnico (As), fosforo (P), antimonio (Sb), un elettrone del donatore è vicinissimo alla banda di conduzione (il suo livello è al di sotto della banda di conduzione di circa 0.05 eV) e quindi gli basta l'energia fornita dagli urti dovuti all'agitazione termica per transire nella banda di conduzione. La lacuna risultante, invece, corrisponde ad un livello energetico troppo alto perche' gli elettroni di valenza possano raggiungerlo. In questo caso l'impurità si dice *donatore* ed il cristallo drogato risultante è

di tipo n: in esso prevale la corrente dovuta agli elettroni. La situazione è indicata in figura 1.45.

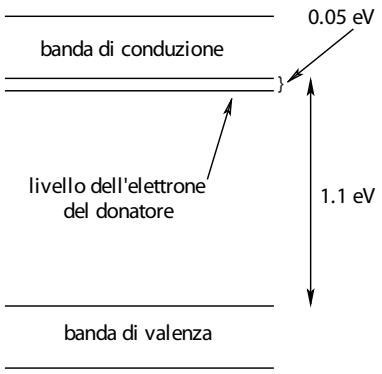

Figura 1.45:

Nel caso in cui si inseriscano impurità che possiedono solo tre elettroni di valenza, come boro (B) e alluminio (Al), la situazione è simmetrica: l'impurezza presenta un livello libero che si trova nella banda proibita, ma molto vicino alla banda di valenza (circa 0.05 eV al di sopra). Questo livello favorisce la creazione di lacune: infatti, un elettrone di valenza del reticolo può facilmente ricevere dall'agitazione termica l'energia sufficiente ad occupare questo livello, lasciando dietro di sè una lacuna. È invece difficile che un elettrone riesca a passare nella banda di conduzione, che rimane energeticamente troppo distante. Impurità di questo tipo sono dette *accettori* ed il cristallo drogato risultante è di tipo p: in esso prevale la corrente dovuta alle lacune. La situazione è indicata in figura 1.46

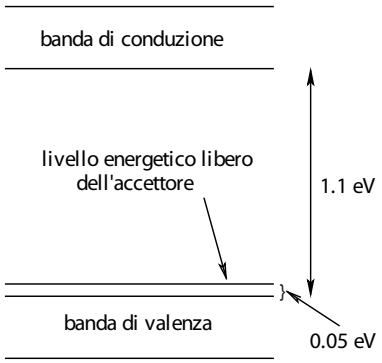

Figura 1.46:

La temperatura ha un effetto notevole sul comportamento di un cristallo di semiconduttore drogato. Possiamo distinguere quattro situazioni fondamentali:

- **Zero assoluto.** Condizione di minima energia: tutti gli elettroni sono legati. Quelli di valenza non possono ricevere dall'agitazione termica l'energia sufficiente ad occupare un livello di un accettore, e quelli dei donatori nei cristalli di tipo n non possono ricevere l'energia sufficiente a passare nella banda di conduzione. La corrente elettrica è assente.

- **Tra lo zero assoluto e temperatura ambiente** si liberano elettroni e dalle impurità di tipo n e si creano lacune a partire dall'occupazione dei livelli di tipo p, superando il piccolo intervallo energetico che li separa dalle rispettive bande di conduzione e di valenza.

- **Temperatura ambiente.** Tutti gli atomi delle impurità sono ionizzati, con formazione di coppie elettrone–lacuna. Alcuni legami di valenza si rompono, ma prevale ancora la corrente dovuta alle impurità.

- **Temperatura superiore a quella ambiente.** Diventa importante la corrente dovuta alla ionizzazione degli atomi del cristallo che, al crescere della temperatura, finisce per prevalere su quella delle impurità. A un certo punto è come se si avesse a che fare con un cristallo puro, non drogato.

1.11.1 Giunzioni p–n

Consideriamo la giunzione tra un cristallo con impurità di tipo p e un cristallo con impurità di tipo n. Se le due parti fossero separate, sarebbero

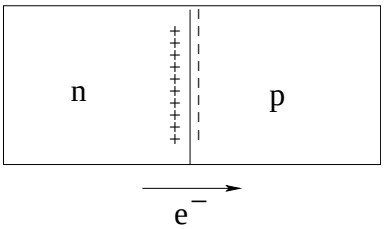

Figura 1.47:

elettricamente neutre entrambe. Messe a contatto, gli elettroni in eccesso del cristallo di tipo n tendono a diffondere nel cristallo di tipo p. Le lacune tendono a passare da p a n (in realtà anche questo secondo effetto corrisponde

al passaggio di elettroni da n a p, ma nella banda di valenza). Si produce perciò un parziale *svuotamento* di cariche libere in un sottile strato a cavallo della giunzione, detto *zona di svuotamento*. La migrazione di elettroni carica negativamente p (e positivamente n). Si stabilisce perciò un campo elettrico, e quindi una tensione, alla giunzione. Questa tensione si chiama **barriera di potenziale della giunzione**, perchè si oppone alla migrazione di ulteriori elettroni.

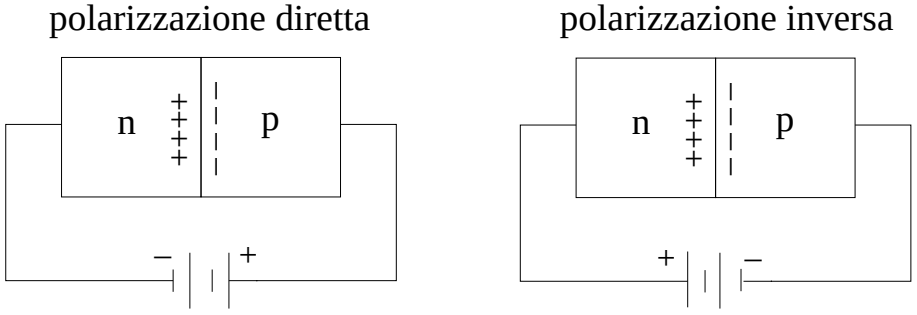

Figura 1.48:

La condizione di equilibrio raggiunta tra elettroni che diffondono da n a p sotto l'effetto di un gradiente di concentrazione ed elettroni che derivano da p a n sotto l'effetto del campo elettrico della giunzione può venire alterata applicando una tensione esterna. Una tensione positiva applicata a p (**polarizzazione diretta della giunzione**) provocherà passaggio di corrente attraverso la giunzione: il generatore fornisce gli elettroni che da n passano a p. Una tensione inversa aumenta invece la barriera di potenziale (**polarizzazione inversa della giunzione**). Nel primo caso la giunzione offre bassissima resistenza al passaggio di corrente; nel secondo caso una resistenza molto alta.

La caratteristica $I-V$ della giunzione è riportata in figura 1.49. Appare evidente che la giunzione è un *conduttore non ohmico*, dato che per essa non esiste una relazione di proporzionalità diretta tra la tensione applicata ai capi e la corrente che fluisce, bensì una relazione di tipo esponenziale:

$$I(V) = I_0 \left(e^{\frac{q_e V}{\eta K_B T}} - 1 \right)$$

che prende il nome di equazione di Shockley, dove q_e è la carica dell'elettrone, V la tensione applicata, K_B è la costante di Boltzmann ($K_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/°K) ed η è un fattore che dipende dal materiale semiconduttore e vale 1 per il Ge, 2 per il Si. $-I_0$ è la corrente che attraversa la giunzione

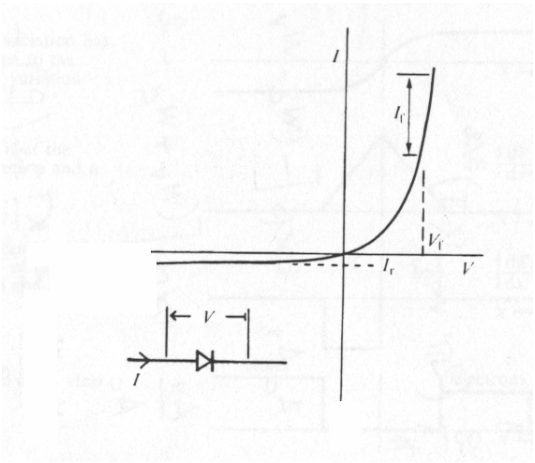

Figura 1.49:

quando essa è polarizzata inversamente, viene detta *corrente di polarizzazione inversa* ed è dell'ordine del μA; la corrente che attraversa la giunzione quando è polarizzata direttamente, invece, risulta dell'ordine del mA.

Il cristallo così disposto prende il nome di **diodo** e viene rappresentato dal simbolo di figura 1.50.

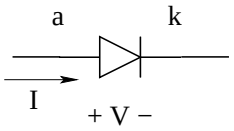

Figura 1.50:

Tipi particolari di diodi sono i LED (Light Emitting Diodes) e le celle solari. Nei LED, una volta raggiunti valori di corrente sufficientemente grandi (ovvero, per cui il numero di elettroni di conduzione nel lato p della giunzione risulta elevato), diventa molto probabile la ricombinazione tra elettroni e lacune. L'energia rilasciata nella ricombinazione, che è dell'ordine della larghezza della banda proibita, viene emessa sotto forma di fotoni con lunghezze d'onda comprese nella porzione visibile dello spettro elettromagnetico. Il materiale semiconduttore è generalmente un composto binario o ternario contenente del Ga, come GaP o $GaAs_xP_{x-1}$, con impurezze di Zn, O, o N in varia concentrazione: a seconda della concentrazione del drogante il colore della luce emessa varia dal rosso al verde.

La cella fotoelettrica, invece, è costituita da un diodo a giunzione $p-n$

di grande area, le cui proprietà sono ottimizzate per l'assorbimento delle luce solare e la raccolta dei fotoelettroni e delle lacune risultanti. Un lato della cella viene esposto alla luce: l'assorbimento dei fotoni da parte degli atomi del reticolo provoca il passaggio di elettroni dalla banda di valenza a quella di conduzione con la conseguente crezione di coppie elettrone-lacuna. Se la coppia creata è nella zona di svuotamento, gli elettroni vengono spinti dal campo elettrico della giunzione (che si comporta come una strada a senso unico) verso il lato n, e le lacune verso il lato p (vedi fig. 1.51).

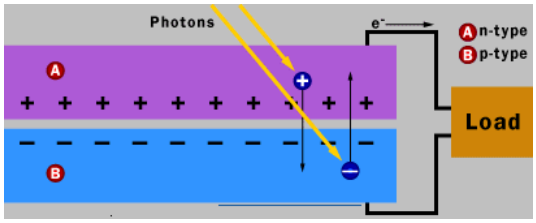

Figura 1.51:

Questo passaggio di cariche altera l'equilibrio che si è creato tra la tendenza alla migrazione di elettroni e lacune e il potenziale di giunzione: se uniamo le superfici esterne dei due lati con un filo conduttore, si creerà un flusso di elettroni dal lato p al lato n (e quindi una corrente elettrica dal lato n al lato p) che riequilibra la situazione. La direzione della corrente corrisponde alla situazione di polarizzazione inversa: tuttavia, essa non è trascurabile perchè favorita dalla eccitazione dovuta alla luce. Il suo valore è proporzionale all'illuminamento e non dipende dalla tensione applicata alla cella.

Per scegliere il materiale semiconduttore migliore per realizzare la giunzione è necessario considerare la larghezza della banda proibita. Dato che solo i fotoni con energia maggiore della larghezza della banda possono produrre coppie elettrone–lacuna, è vantaggioso usare un materiale con una banda proibita piccola così che una frazione maggiore di fotoni incidenti possano contribuire alla fotocorrente; d'altro canto, al crescere della larghezza della banda proibita cresce anche la tensione fornita dal generatore, sicchè una elevata efficienza di conversione tra potenza solare ed elettrica è legata all'uso di materiali con larghezze di banda dell'ordine di 1.2–1.8 eV: sia il Si che il GaAs sono adatti sotto questo aspetto e la maggior parte delle celle solari è fatta di Si.